إجابة أمتحان

يوم الأمتحان :الاحد ٢١ / ١٢ / ٢٠١٤ م

أستاذ المادة : أ . د . / حسني كامل عبد المقصود أستاذ غير متفرغ بقسم الرياضيات بكلية العلوم جامعة بنها

اولا : الإحصاء

السؤال الأول : أ .

معامل ارتباط بيرسون r يعرف كالتالي:

$$r=\frac{\sum xy-N\times\bar{x}\times\bar{y}}{N\times\sigma_x\times\sigma_y}$$

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{N}=\frac{10}{20}=0.5 \quad , \quad \sigma_x=\sqrt{\frac{\sum x^2}{N}-(\bar{x})^2}=\sqrt{\frac{14}{20}-(0.5)^2}=\sqrt{0.7-0.25}=\sqrt{0.45}=0.67$$

$$\bar{y}=\frac{\sum y}{N}=\frac{20}{20}=1 \quad , \quad \sigma_x=\sqrt{\frac{\sum y^2}{N}-(\bar{y})^2}=\sqrt{\frac{84}{20}-(1)^2}=\sqrt{4.2-1}=\sqrt{3.2}=1.87$$

$$r=\frac{29.2-20\times0.5\times1}{20\times0.67\times1.84}=\frac{29.2-10}{24.656}=\frac{19.2}{24.656}=0.78$$

أذن الأرتباط طردي .

خط انحدار الدخل Y العمر X يمكن كتابته على الصورة .

$$y=ax+b$$

حيث a,b ثوابت تحقق المعادلتين

المعادلات الإعتداليه

$$\sum y=a\sum x+Nb$$
$$\sum xy=a\sum x^2+b\sum x$$

وبالتعويض في المعادلات الأعتدالية في المعادلتين الأخيرتين

$$20=10a+20b$$
$$29.2=14a+10b$$

بحل المعادلتين في a,b سواء بالحذف أو بالمحددات نجد أن

$$a=2-2b \ , \ 29.2=14(2-2b)+10b$$
$$a=2.14 \quad , \quad b=-0.07$$

ويصبح خط انحدار N على n يمكن كتابته على الصورة .

$$y=2.14x-0.07$$

دخل عامل عمره ٣٠ سنة يساوي $y=2.14\times30-0.07=64.13$

السؤال الأول : ب .

واضح أنه لحساب معامل الارتباط يجب أن نستخدم الطريقة المختصرة وذلك نظرا لصعوبة حسابه بالطريقة المباشرة لصعوبة اختصارات x,y .

باختيار $x_0 = 70$ واختيار $y_0 = 70$ وبالتعويض عن

$$u = \frac{x-70}{10}, v = \frac{y-70}{10}$$

يصبح الجدول السابق

	x	60	70	80	90	g_y
y	v/u	−1	0	1	2	
50	−2	1	4			٥
60	−1	1	5			٦
70	0	4	1	2		٧
80	1		2	٢		٤
90	2			٦	٢	٨
f_x		٦	١٢	١٠	٢	٣٠

ويمكن تكوين الجدول التالي حيث القيم داخل المربع المظلل بخط عريض تمثل حاصل الضرب $u \times v \times f_{xy}$

v/u	−1	٠	١	2	$\sum$
−2	2	0	0	0	2
−1	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0
1	0	0	2	0	2
2	0	0	12	8	20
$\sum$	3	0	14	8	25

وكذلك تكوين الجدولين التاليين للتوزيعات الهامشية لكل من X,Y كالتالي :

جدول توزيع X :

U	−1	0	1	2	$\sum$
f_x	6	12	10	2	30
$u \times f_x$	−6	0	10	4	8
$u^2 \times f_x$	6	0	10	8	24

جدول توزيع Y :

v	g_y	$v \times g_y$	$v^2 \times g_y$
−2	٥	−10	20
−1	6	−6	6
0	٧	0	0
1	٤	4	4
2	٨	16	32
$\sum$	30	4	٦٢

و بالتعويض في العلاقة

$$r=\frac{N\sum xuvf_{xy}-\left(\sum uf_x\right)\times\left(\sum vg_v\right)}{\sqrt{\left[N\sum u^2f_x-\left(\sum uf_x\right)^2\right]\times\left[N\sum v^2g_y-\left(\sum vg_y\right)^2\right]}}$$

نحصل علي

$$r=\frac{30\times25-(8)\times(4)}{\sqrt{\left[30\times24-(8)^2\right]\times\left[30\times62-(4)^2\right]}}$$

$$=\frac{718}{\sqrt{(656)(1844)}}=0.65$$

مما يعنى أن الارتباط بين x, y هو ارتباط طردي .

السؤال الثاني : أ

Classes	frequency (f)	x	xf	x^2f
14 ----	10	16	160	2560
18 ----	15	20	300	6000
22 ----	30	24	720	17280
26 ---	30	28	840	23520
30 ----	10	32	320	10240
34 ----	4	36	144	5184
38 ---42-	1	40	40	1600
$\sum$	100		2524	66384

$$\bar{X}=\frac{\sum x\times f}{\sum f}=\frac{2524}{100}=25.24$$

$$\sigma^2=\frac{\sum x^2\times f}{\sum f}-\left(\bar{X}\right)^2=\frac{66384}{100}-(25.24)^2=663.84-637.06=26.78$$

$$\therefore\sigma=\sqrt{26.78}=5.17$$

معامل الأختلاف

$$C.V.=\frac{\sigma}{\bar{X}}=\frac{5.17}{25.24}\times100=20.5\%$$

لإيجاد معامل الألتواء

$$S.K.=\frac{\bar{X}-Mod}{\sigma}$$

لحساب المنوال Mod

$$Mod=L_m+\frac{f_{m+1}}{f_{m-1}+f_{m+1}}\times I=22+\frac{30}{30+15}\times4=22+2.67=24.67$$

$$S.K. = \frac{\bar{X} - Mod}{\sigma} = \frac{25.24 - 24.67}{5.17} = 0.11$$

السؤال الثاني (ب) :

x وزن الفرد بـ كجم	Y درجة الأداء	رتبة X	رتبة Y	D	D^2
60	مقبول	2.5	2	0.5	0.25
55	جيد جدا	1	6	−5	25
65	امتياز	4	7	−3	9
70	جيد	5	4	1	1
72	جيد	6	4	2	4
75	ضعيف	7	1	6	36
60	جيد	2.5	4	−1.5	2.25
$\sum$				0	77.5

معمل الأرتباط لسبيرمان (معامل الرتب)

$$r = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 77.5}{7(49-1)} = 1 - 1.38 = -0.38$$

أذن الأرتباط عكسي