جامعة بنها — الفرقة الثالثة(رياضيات) نظام قديم — الفصل الدراسي الثاني

كلية العلوم — العام الجامعي 2013/2012 — المادة/ رياضيات متقطعة

إجـــــــــــــــــــــابة — الأحد 2013/6/2

****

أجب عن الاسئلة الآتية

السؤال الأول

*مالمقصود بعلاقة التكافؤ واذا كانت ρ علاقة علي الاعداد الصحيحة Z معرفة كالآتي

$$\rho = \{(n,m) \in Z \times Z : (n-m)/6 \in Z\}$$

أثبت أن ρ علاقة تكافؤ علي Z وأوجد الفصول التكافئية لهذه العلاقة

الحــــــــــــــــــل:

1) (n-n)/6 = 0 Є Z i.e ρ reflexive .

2) foe all (n,m) in ρ then (n-m)/6 in Z

then (m-n)/6 = -(n-m)/6 in Z i.e ρ symmetric .

نفرض أن 3) (n,m) in ρ and (m,l) in ρ

then (n-m)/6 in Z and(m-l)/6 in Z

i.e (n-m)/6 + (m-l)/6 = (n-l)/6 in Z

then ρ transitive

من 1 , 2 , 3 تكون العلاقة علاقة تكافؤ

وتكون فصول التكافؤ هي:

[0] = { …, -12, -6, 0, 6, 12, ,,, }

[1] = { …, -11, -5, 1, 7, 13 …}

[2] = { …, -10, -4, 2, 8, 14, …}

[3] = { …, -9, -3, 3, 9, 15, …}

[4] = { …, -8, -2, 4, 10, 16,…}

$[5] = \{ \ldots, -7, -1, 5, 11, 17, \ldots\}$

$[6] = [0] = [12] = \ldots.$

$[7] = [1] = [13] = \ldots.$

*إذا كانت ρ علاقة تكافؤ علي المجموعة X فأثبت أن

i) $a \in [a]$, $\forall\ a \in X$

ii) $[x]=[y] \Leftrightarrow x\ \rho\ y$

iii) $[x] \neq [y] \Rightarrow [x] \cap [y] = \varphi$

الحـــــــــــــــــل:

i) ρ reflexive i.e $a\ \rho\ a$ i.e $a \in [a]$

ii) let $[x]=[y]$, $x \in [x]$ i.e $x \in [y]$ i.e $x\ \rho\ y$

$x\ \rho\ y$ let $b \in [x]$ i.e $b\ \rho\ x$

$x\ \rho\ y$ i.e $b\ \rho\ y$ i.e $b \in [y]$

i.e [x] subset from [y] .

بالمثل يمكن اثبات أن : [y] subset from [x]

السؤال الثاني

* إذا كانت $h: N \rightarrow N^*$ حيث $h(x)=(1+2x)$ راسما أثبت أنه راسم أحادي وليس غامر.

الحـــــــــــــــــل:

i) let $f(x_1) = f(x_2)$

$2x_1 + 1 = 2x_2 + 1$ i.e $x_1 = x_2$

i.e f 1-1

ii) $f(0) = 1$, $f(1) = 3$, $f(2) = 5$, $f(3) = 7$, …..

i.e f not onto.

* إذا كان الراسم $f: S \rightarrow S$ وكان $i: S \rightarrow S$ راسم التساوي المعرف بالقاعدة $i(x) = x$ لكل $x \in S$ أثبت أن $foi = f = iof$

الحـــــــــــــــــــــــل:

$$(foi)(x) = f(i(x)) = f(x)$$
$$(iof)(x) = i(f(x)) = f(x)$$
i.e $foi = f = iof$

السؤال الثالث

* إذاكان $f: R^{+} \dashrightarrow R^{+}$ حيث $f(x) = 3x^{2}$ إبحث ماإذا كان fراسم تقابل وإذاكان فأوجد معكوسه, أيضا أوجد معكوس العنصرين 9,16

الحـــــــــــــــــــــــل:

الراسم ليس راسم تقابل وذلك لأن

$$f(-x) = f(x)$$

أما الصور العكسية للعناصر

$$f^{-1}(16) = \{-4,4\},\ f^{-1}(9) = \{-3,3\}$$

* باستخدام الرسم الموجه إرسم العلاقة الآتية:

$$R = \{(1,2),(2,1),(2,3),(3,3)\}$$

الحـــــــــــــــــــــــل:

المثال بالكتاب المقرر صــــــــ41

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمدعبدالله- كلية العلوم – قسم الرياضيات.