

إجابة أمتحان

يوم الأمتحان : الثلاثاء 21 / 1 / 2014 م ورقة كاملة

أستاذ المادة : أ . د . / حسني كامل عبد المقصود أستاذ غير متفرغ بقسم الرياضيات بكلية العلوم جامعة بنها

أولاً : الإحصاء

إجابة السؤال الأول (أ) :

خط انحدار N على n يمكن كتابته على الصورة .

$$N = an + b$$

حيث a, b ثوابت تحقق المعادلتين

$$\sum N_i = a \sum n_i + Nb$$

$$\sum n_i N_i = a \sum n_i^2 + b \sum n_i$$

ولحساب المعادلات العددية في المعادلتين الأخيرتين تكون جدولاً كالتالي لتنظيم الحسابات .

n	N	nN	n ²
4	8	32	16
6	8	48	36
7	6	42	49
8	5	40	64
5	3	15	25
30	30	177	190

بالتعويض في المعادلات الإعتدالية تصبح

$$30 = 30a + 5b$$

$$177 = 190a + 30b$$

بحل المعادلتين في a, b سواء بالحذف أو بالمحددات نجد أن

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 30 & 5 \\ 177 & 30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 30 & 5 \\ 190 & 30 \end{vmatrix}} = \frac{15}{50} = 0.3$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} 30 & 30 \\ 190 & 177 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 30 & 5 \\ 190 & 30 \end{vmatrix}} = \frac{-390}{50} = -7.8$$

ويصبح خط انحدار N على n يمكن كتابته على الصورة .

$$N = 0.3 \times n - 7.8$$

عندما $n = 20$ فإن القيمة المقدرة للمتغير N هي

$$N = 0.3 \times 20 - 7.8 = -1.8$$

اجابة السؤال الأول (ب) :

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{297.5}{35} = 8.5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2 = \frac{2681.75}{35} - (8.5)^2 = 76.62 - 72.25 = 4.37$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{4.37} = 2.09$$

اجابة السؤال الثاني (أ) :

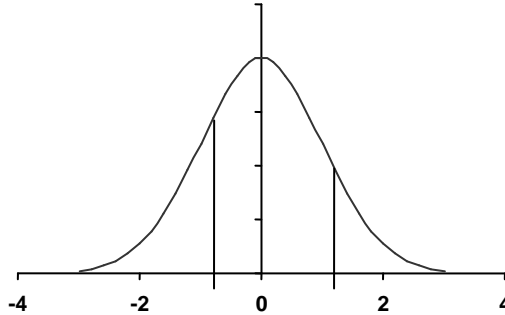
نفرض ان X هو عدد الحوادث الأسبوعية التي تقع علي أحدي الطرق السريعة وتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 حوادث أسبوعيا . أي أن X توزيع بواسون ببارمتر $\lambda = 3$ وبالتالي فإن التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو

$$P(X = m) = \frac{e^{-3} \times 3^m}{m!}, \quad m = 0,1,2,\dots$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 4) &= 1 - P[X < 4] = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)] \\ &= 1 - \left[\frac{e^{-3} \times 3^0}{0!} + \frac{e^{-3} \times 3^1}{1!} + \frac{e^{-3} \times 3^2}{2!} + \frac{e^{-3} \times 3^3}{3!} \right] \\ &= 1 - [0.05 + 0.15 + 0.225 + 0.225] = 1 - 0.65 = 0.35 \end{aligned}$$

اجابة السؤال الثاني (ب) :

$$P[165 < X < 174] = P\left[\frac{165 - 168}{6} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{174 - 168}{6} \right] = P[-0.5 < Z < 1]$$



$$P[165 < X < 174] = P[-0.5 < Z < 1] = P[0 < Z < 0.5] + P[0 < Z < 1] = 0.19156 + 0.3413 = 0.53286$$

اجابة السؤال الثالث (أ) :

قيمة C

$$\int f(x)dx = 1$$

$$\int_0^1 Cx dx = 1$$

$$\left[C \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = 1$$

$$C \times \frac{1}{2} = 2$$

$$C = 2$$

دالة التوزيع التراكمية F(x) هي :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \int_0^x 2x dx = x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

لإيجاد التوقع الرياضي EX و الانحراف المعياري σ

$$EX = \int x \times f(x) dx = \int_0^1 x \times 2x dx = 2 \int_0^1 x^2 dx = \frac{2}{3} [x^3]_0^1 = \frac{2}{3}$$

$$\sigma^2 = \int x^2 \times f(x) dx - (EX)^2 = \int_0^1 x^2 \times 2x dx - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{4} \int_0^1 x^3 dx - \frac{4}{9} = \frac{1}{2} [x^4]_0^1 - \frac{4}{9} = \frac{1}{2} - \frac{4}{9} = \frac{1}{18}$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{1}{18}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

اجابة السؤال الثالث (ب) :

دالة التوزيع التراكمية F(x) هي :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -3 \\ 0.1 & -3 \leq x < 0 \\ 0.3 & 0 \leq x < 5 \\ 0.7 & 5 \leq x < 10 \\ 1 & x \geq 10 \end{cases}$$

لإيجاد التوقع الرياضي EX و الانحراف المعياري σ

x	-3	0	5	10	Σ
p(x)	0.1	0.2	0.4	0.3	1
x p(x)	-0.3	0	2	3	2.7
x ² p(x)	0.9	0	10	30	29.1

$$EX = \sum xp(x) = 2.7$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\sum x^2 p(x) - (EX)^2} \\ &= \sqrt{29.1 - (2.7)^2} = \sqrt{29.1 - 7.29} = 4.67 \end{aligned}$$

اجابة السؤال الرابع (أ) :

عند درجة ثقة 95% اي ان $1 - \alpha = 0.95$ نجد أن $\frac{\alpha}{2} = 0.025$, $\alpha = 0.05$, ومن الجداول نجد أن $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ وبالتالي فإن

$$n = 64, \bar{x} = 850, s = 48$$

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$850 - 1.96 \times \frac{48}{\sqrt{64}} < \mu < 850 + 1.96 \times \frac{48}{\sqrt{64}}$$

$$838.76 < \mu < 861.76$$

أي أن فترة الثقة المناظرة لمستوى ثقة 95% هي (838.76 , 861.76) .

اجابة السؤال الرابع (ب) :

عند درجة ثقة 99% اي ان $1 - \alpha = 0.99$ نجد أن $\frac{\alpha}{2} = 0.005$, $\alpha = 0.01$, ومن الجداول نجد أن $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.58$ وبالتالي فإن

$$n = 500, r = \frac{100}{500} = 0.2$$

$$r - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sqrt{r(1-r)}}{\sqrt{n}} < R < r + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sqrt{r(1-r)}}{\sqrt{n}}$$

$$0.2 - 2.58 \times \frac{\sqrt{0.2 \times (1-0.2)}}{\sqrt{500}} < R < 0.2 + 2.58 \times \frac{\sqrt{0.2 \times (1-0.2)}}{\sqrt{500}}$$

$$0.15 < R < 0.25$$

أي أن فترة الثقة المناظرة لمستوى ثقة 95% هي (0.15 , 0.25) .