جامعة بنها- كلية العلوم   المستوى : الرابع   قسم الرياضيات

<u>امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني المادة:مواد مختارة فى الرياضيات التطبيقية 2   الزمن : ثلاث ساعات</u>

اجب على الأسئلة الآتية

<u>السؤال الأول</u>

أوجد حل المعادلات التفاضلية الجزئية الآتية

-1 $$(x^2-y^2-z^2)p+2xyq=2xz$$

-2 $$(D_x^3-7D_xD_y^2-6D_y^3)z=e^{3x-y}+sin(y+2x)$$

-3 $$\left(D_x^2-2D_xD_y+D_y^2\right)z=tan(x+y)$$

-4 $$x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-2\frac{\partial z}{\partial x}=y-1$$

-5 $$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=x-y$$

<u>السؤال الثاني</u>

1-أوجد المعادلة التفاضلية الناتجة من حذف الثوابت الإختيارية الأتية

$$z=(x^2+a)(y^2+b)\ ;\quad a,b$$ ثابتان

2-اوجد رتبة ودرجة المعادلة التفاضلية الآتية

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}=\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^5$$

3-صنف المعادلة التفاضلية الآتية من حيث كونها زائدية أوناقصية أو مكافئة

$$xu_{xx}+yu_{yy}+3y^2u_x=0$$

<u>السؤال الثالث</u>

أوجد حل المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية الآتية

-1 $$p^3+p^2q=pq^2+q^3$$

-2 $$p^2-y=x-q^2$$

-3 $$p^3+q^3=27z$$

انتهت الأسئلة

تمنياتي لكم بالتوفيق

د.منى الدريني

جامعة بنها- كلية العلوم   المستوى : الرابع   قسم الرياضيات

نموذج إجابة إمتحان مواد مختارة في الرياضيات التطبيقية 2 ف2   الزمن: 3ساعات

ج1:

-1
$$\frac{dx}{x^2-y^2-z^2}=\frac{dy}{2xy}=\frac{dz}{2xz}$$

$$\frac{dy}{2xy}=\frac{dz}{2xz}\to\frac{dy}{y}=\frac{dz}{z}$$

$$lny-lnz=lnc_1\to u=\frac{y}{z}=c_1$$

$$\frac{xdx}{x^3-xy^2-xz^2}=\frac{ydy}{2xy^2}=\frac{zdz}{2xz^2}$$

$$\frac{xdx+ydy+zdz}{x(x^2+y^2+z^2)}=\frac{dz}{2xz}$$

$$ln(x^2+y^2+z^2)-lnz=lnc_2$$

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{z}=c_2=v\to\varphi\left(\frac{x^2+y^2+z^2}{z},\frac{y}{z}\right)=0$$

-2 $(D_x^3-7D_xD_y^2-6D_y^3)z=e^{3x-y}+sin(y+2\,x)$

الحل المتجانس

$$\lambda^3-7\lambda-6=0\to(\lambda^3+1)-7(\lambda+1)=0$$

$$(\lambda+1)(\lambda^2-\lambda-6)=0\to(\lambda+1)(\lambda+2)(\lambda-3)$$

$$\lambda=-1,\lambda=-2,\lambda=3\to$$

$$z_H=\varphi_1(y-x)+\varphi_2(y-2x)+\varphi_3(y+3x)$$

الحل الخاص
$$z_p=\frac{1}{(D_x+D_y)(D_x^2-D_xD_y-6D_y^2)}sin(2x+y)$$

$$+\frac{1}{(D_x+D_y)(D_x-3D_y)(D_x+2D_y)}e^{3x-y}$$

$$z_p=\frac{-1}{12}(cox(2x+y)-e^{3x-y})\to z=z_H+z_p$$

-3 $(D_x^2-2D_xD_y+D_y^2)z=\ tan(\ x+y)$

الحل المتجانس:

$$\lambda^2-2\lambda+1=0\to(\lambda-1)^2\to z_H=\varphi_1(y+x)+x\varphi_2(y+x)$$

الحل الخاص:

$$z_p = \frac{1}{(D_x - D_y)^2} tan(x+y) \to \frac{1}{(D_X - D_Y)} \int tan(x+c-x)dx$$

$$z_p = \int xtanc\, dx \to z_p = \frac{x^2}{2} tan(y+x) \to z = z_H + z_p$$

$$x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\frac{\partial z}{\partial x} = y - 1$$ -4

$$\frac{dp}{dx} - \frac{2}{x}p = \frac{y-1}{x} \to \mu = e^{-\int \frac{2}{x}dx} = e^{-\int lnx^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{x^2}p = \int \frac{(y-1)}{x^3}dx + f(y) \to p = -\frac{1}{2}(y-1) + x^2 f(y)$$

$$z == -\frac{1}{2}(y-1)x + \frac{1}{3}x^3 f(y) + g(y)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = x - y \to \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2}x^2 - yx + f(y) \to z = \frac{x^2 y}{2} - \frac{y^2 x}{2} + F(y) + g(x)$$ -5

ج2

$$z = (x^2 + a)(y^2 + b) \to p = 2x(y^2 + b) \to q = 2y(y^2 + b)$$ – 1

$$4xyz = pq$$

2-المعادلة من الرتبة الرابعة والدرجة الأولى

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^5$$

-3

$$xu_{xx} + yu_{yy} + 3y^2 u_x = 0 \to A = x\,, B == 0\,, C = y$$

$\mathbf{B^2 - 4AC = -4xy}$, $\mathbf{if\ xy < 0} \to$ المعادلة زائدية

$if xy = 0 \to$ المعادلة مكافئة , $if\ xy > 0 \to$ المعادلة ناقصية

ج3

$$p^3 + p^2 q = pq^2 + q^3$$ – 1

نفرض أن الحل على الصورة

$z = ax + by + c \to p = \frac{\partial z}{\partial x} = a\,, q = \frac{\partial z}{\partial y} = b$; a, b, c ثوابت

$(a-b)(a-b)^2 = 0 \to a = \pm b \to z = a(x \pm y) + c$ الحل التام

الحل الشاذ بالتفاضل بالنسبة ل c ← $1 = 0$ لا يوجد حل شاذ

الحل العام : $let \quad b = \varphi(a)$

$$z = a(x \pm y) + \varphi(a)\ ;\ \ c = \varphi(a) \rightarrow 0 = (x \pm y) + \acute{\varphi}(a)$$

بحذف a نحصل على الحل العام

$$p^2 - y = x - q^2 \ \rightarrow p^2 - x = y - q^2 = a \qquad -2$$

$$\int dz = \pm \int (a + x)^{1/2}\, dx \pm \int (y - a)^{1/2}\, dy$$

$$z = \pm \frac{2}{3}\left((a + x)^{\frac{3}{2}} + (y - a)^{\frac{3}{2}}\right) + b \qquad \text{الحل التام}$$

الحل الشاذ بالتفاضل بالنسبة ل **b** 1=0 لايوجد حل شاذ

الحل العام بوضع $b = \varphi(a)$ والتفاضل بالنسبة ل**a**

$$z = \pm \frac{2}{3}\left((a + x)^{\frac{3}{2}} + (y - a)^{\frac{3}{2}}\right) + \varphi(a)$$

$0 = \pm\left((a + x)^{\frac{1}{2}} - (y - a)^{\frac{1}{2}}\right) + \acute{\varphi}(a)$ بحذف ال**a** نحصل على الحل العام

-3 $\quad (1) \quad p^3 + q^3 = 27z$ حيث أن المعادلة على الصورة

$$f(p, q, z) = 0 \rightarrow let\ q = ap \rightarrow p = \frac{3z^{1/3}}{(1+a^3)^{1/3}}$$

$$dz = p(dx + ady) \rightarrow \int \frac{(1+a^3)^{1/3} dz}{3z^{1/3}} = \int (dx + ady)$$

$$(1 + a^3)z^2 = 8(x + ay + b)^3 \quad \text{الحل التام}$$

الحل الشاذ: بالتفاضل (1) بالنسبة ل **p,q** ← $z = 0$

الحل العام: $letb = \varphi(a) \quad \leftarrow (1 + a^3)z^2 = 8\big(x + ay + \varphi(a)\big)^3$

$$a^2z^2 = 8\big(x + ay + \varphi(a)\big)^2\big(y + \acute{\varphi}(a)\big)$$

بحذف a نحصل على الحل العام

إنتهت الإجابة

تمنياتي لكم بالتوفيق

د.منى الدريني